



Willard Van Quine

Born: 25 June 1908 in Akron, Ohio, USA

Died: 25 Dec 2000 in Boston, Massachusetts, USA

Amerykański filozof i logik. , prof..

Uniwersytetu Harvarda w Cambridge, twórca oryginalnego ujęcia logiki i teorii mnogości.

Przyjaciół polskiego matematyka Alfreda

Tarskiego urodzonego jako Alfred Teitelbaum

I do not do anything with computers, although one of my little results in mathematical logic has become a tool of the computer theory, the Quine McCluskey principle. And corresponds to terminals in series, or to those in parallel, so that if you simplify mathematical logical steps, you have simplified your wiring. I arrived at it not from an interest in computers, but as a pedagogical device, a slick way of introducing that way of teaching mathematical logic.



Edward J. McCluskey

16 October 1929, USA

The Quine-McCluskey method that he developed as a doctoral student at MIT is used for designing circuits in every computer and electronic system. This started of the field of logic synthesis (automatic techniques for designing logic circuits).

McCluskey is also called the father of computer engineering in the sense that he started the field of computer engineering as a separate branch of engineering.

McCluskey developed techniques that are used today to test integrated circuits to make sure that they meet quality requirements - his techniques are also used for designing fault-tolerant systems (systems that can work even in the presence of failures).

Zadanie (a) – treść i postać skrócona

Zminimalizować metodą Quine'a-McCluskeya funkcję określoną kanoniczną postacią sumy:

$$y(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum((0), 4, 5, 7, 10, 11, 14, (15))$$

0000✓	0000✓	0-00	
0100✓	-----	----	
0101✓	0100✓	010-	
0111✓	-----	----	1- 1 -
1010✓	0101✓	01-1	
1011✓	1010✓	1-10✓	
1110✓	-----	101-✓	
1111✓	0111✓	----	
	1011✓	-111	
	1110✓	1-11✓	
	-----	111-✓	
	1111✓		

Postać skrócona funkcji

$$y = x_3x_1 + \bar{x}_3\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_3x_2\bar{x}_1 + \bar{x}_3x_2x_0 + x_2x_1x_0$$

Zadanie (b) – tablica implikantów

Tablica implikantów

	0100	0101	0111	1010	1011	1110	I	II	III
0-00	×								✓
010-	×	×					✓	✓	
01-1		×	×				✓		✓
-111			×					✓	
1-1-				×	×	×	✓	✓	✓
	✓	✓	✓	✓	✓	✓			

W analizowanym przykładzie ostatni implikant jest zasadniczym implikantem prostym, gdyż nie może być z postaci minimalnej usunięty (wskazują na to pojedyncze krzyżyki w kolumnach 1010, 1011, 1110).

Pozostałe trzy kolumny (0100, 0101, 0111) mogą być objęte kombinacją dwóch z czterech implikantów prostych. Takie kombinacje znaleziono trzy. Istnieją więc tu trzy postacie końcowe.

Zadanie (c) - postacie końcowe funkcji minimalnej

$$y_I = x_3x_1 + \bar{x}_3x_2\bar{x}_1 + \bar{x}_3x_2x_0$$

$$y_{II} = x_3x_1 + \bar{x}_3x_2\bar{x}_1 + x_2x_1x_0$$

$$y_{III} = x_3x_1 + \bar{x}_3\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_3x_2x_0$$

Otrzymane powyżej funkcje są nieredukowalne. Wybranie z nich funkcji najlepszej jest trudne, należałoby wziąć pod uwagę możliwości realizacyjne, hazard itp.

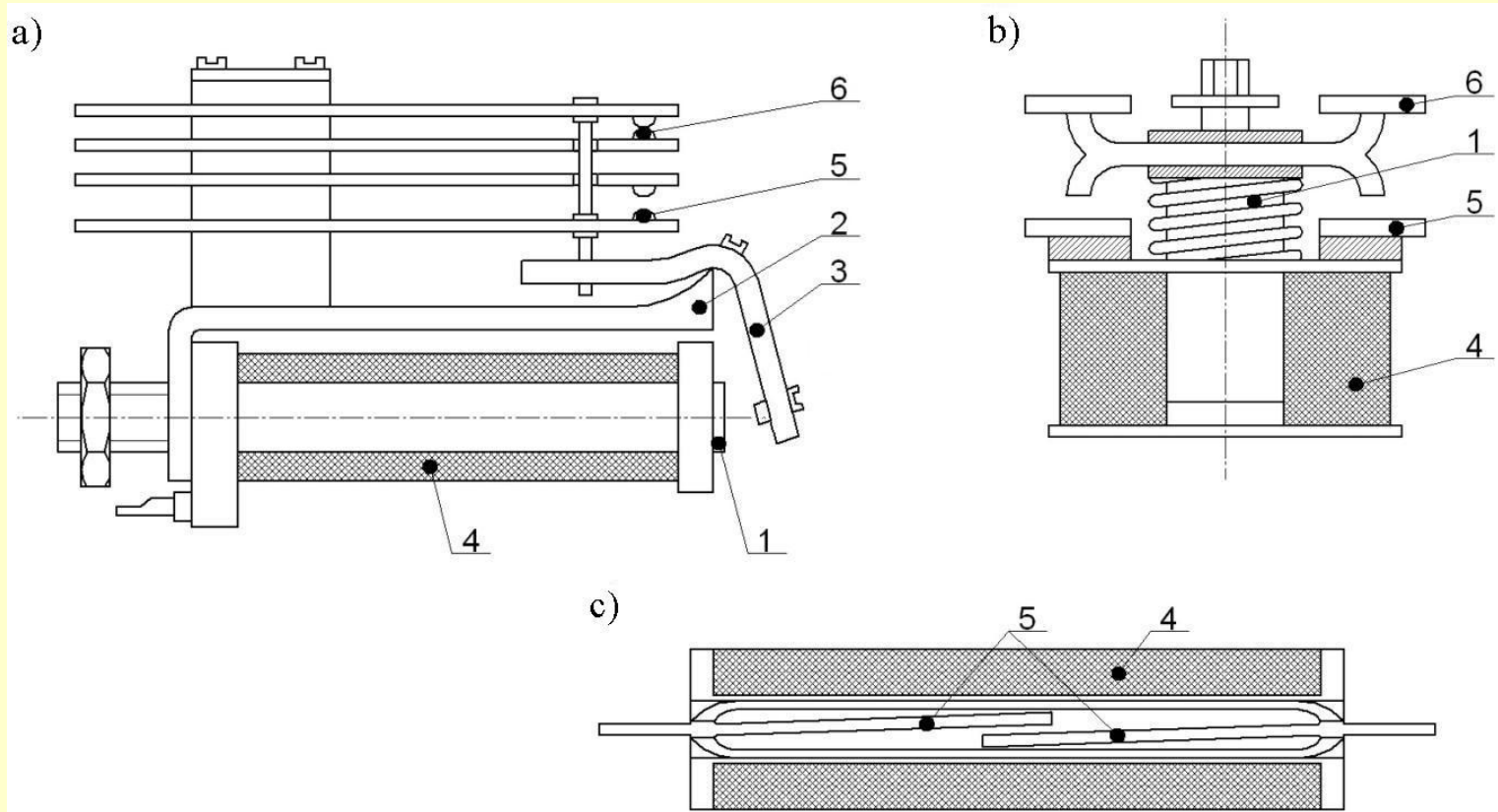
Zestawy funkcjonalnie pełne

W przypadku realizacji stykowej sumie odpowiada równoległe łączenie zestyków, iloczynowi – szeregowo łączenie zestyków, negacji – zestyk rozwierny.

Zestawy funkcjonalnie pełne tworzą między innymi elementy logiczne:

- suma (OR), iloczyn (AND), negacja (NOT);
- suma (OR), negacja (NOT);
- iloczyn (AND), negacja (NOT);
- negacja sumy (NOR);
- negacja iloczynu (NAND).

Realizacja funkcji logicznych - elementy stykowe



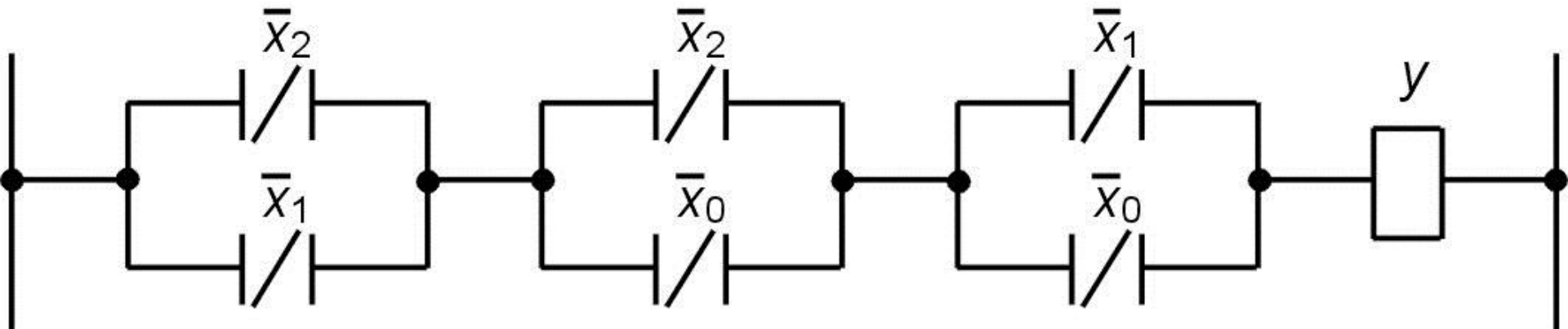
Konstrukcje przekaźników elektromagnetycznych: a) z jarzmem; b) z ruchomym rdzeniem c) kontaktron. 1 – rdzeń; 2 – jarzmo; 3 – kotwica; 4 – cewka; 5 – zestyk zwierny; 6 – zestyk rozwierny

Przykład c.d.

Przy pomocy przełączników zrealizować funkcje logiczne „suma iloczynów” i „iloczyn sum” dane poniższymi wzorami , które realizują zadanie włączania ogrzewania w pomieszczeniu.

$$y = \bar{x}_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \bar{x}_0 + \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_1)$$



Realizacja funkcji „iloczyn sum” przy pomocy przełączników
Realizacja funkcji „suma iloczynów” przy pomocy przełączników

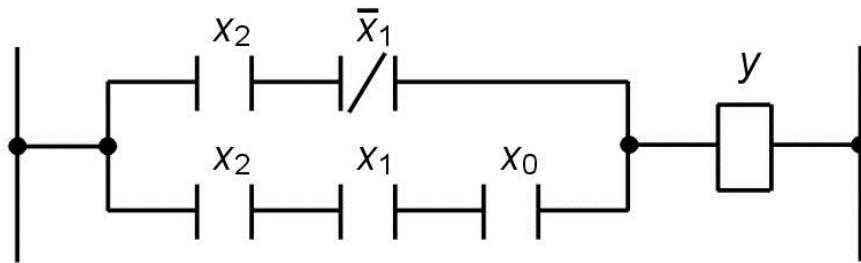
Przykład – przekształcanie funkcji

Przy pomocy przełączników zrealizować funkcję logiczną

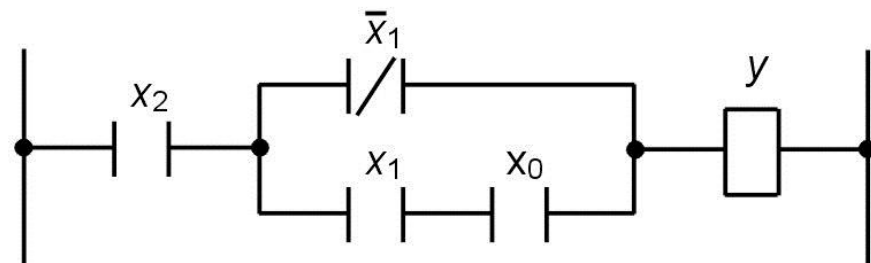
$$y = x_2 \bar{x}_1 + x_2 x_1 x_0$$

Oczywiście, nie jest konieczne kurczowe trzymanie się postaci „suma iloczynów” lub „iloczyn sum”. Otrzymane postacie minimalne można przekształcać zgodnie z wzorami algebry Boolea, np. wyłączać wspólne czynniki przed nawias itd.

a)

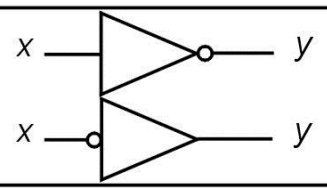
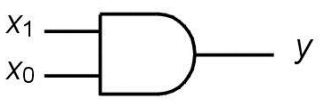
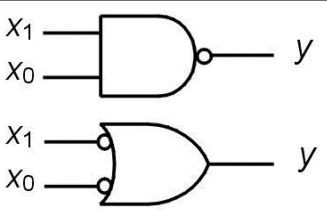
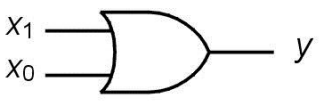
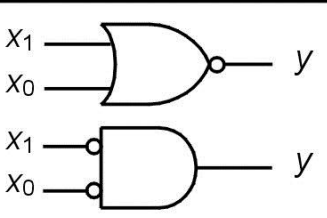
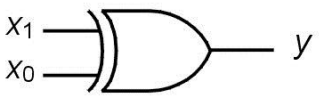


b)



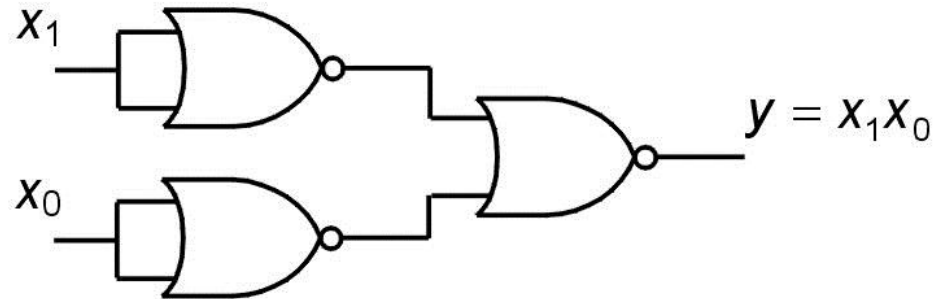
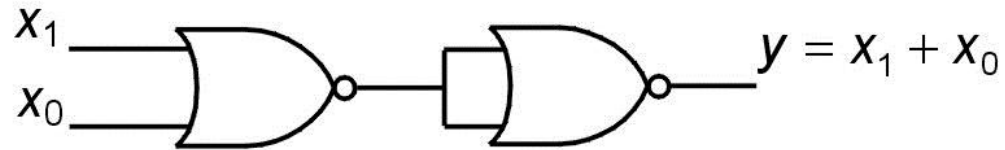
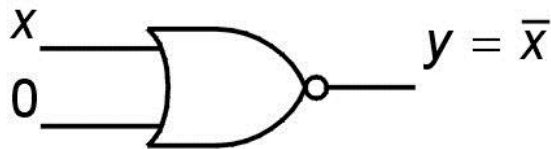
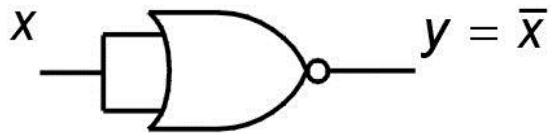
Realizacja funkcji „suma iloczynów” przy pomocy przełączników:

a) bezpośrednia, c) po przekształceniu funkcji wyjściowej

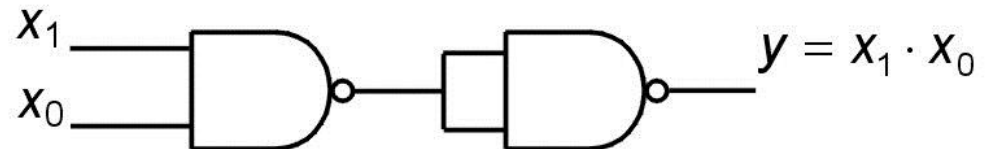
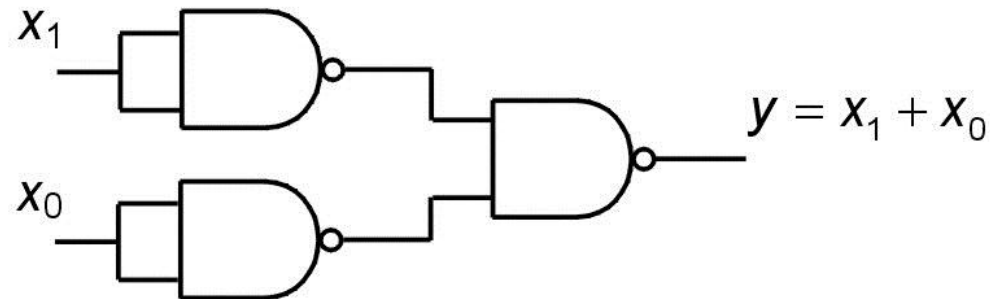
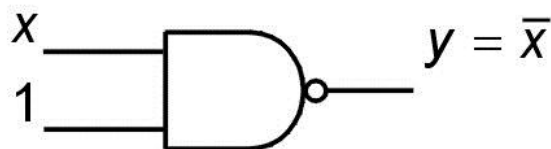
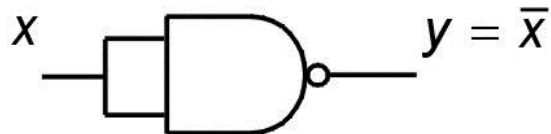
Nazwa funkcji	Symbol graficzny	Tablica zależności															
Negacja NOT $y = \bar{x}$		<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	x	0	1	y	1	0									
x	0	1															
y	1	0															
Koniunkcja AND $y = x_1x_0$		<table><tr><td>x₁</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>x₀</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	x ₁	0	0	1	1	x ₀	0	1	0	1	y	0	0	0	1
x ₁	0	0	1	1													
x ₀	0	1	0	1													
y	0	0	0	1													
Negacja koniunkcji NAND $y = \overline{x_1x_0} = \bar{x}_1 + \bar{x}_0$		<table><tr><td>x₁</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>x₀</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	x ₁	0	0	1	1	x ₀	0	1	0	1	y	1	1	1	0
x ₁	0	0	1	1													
x ₀	0	1	0	1													
y	1	1	1	0													
Alternatywa OR $y = x_1 + x_0$		<table><tr><td>x₁</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>x₀</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	x ₁	0	0	1	1	x ₀	0	1	0	1	y	0	1	1	1
x ₁	0	0	1	1													
x ₀	0	1	0	1													
y	0	1	1	1													
Negacja alternatywy NOR $y = \overline{x_1 + x_0} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0$		<table><tr><td>x₁</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>x₀</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	x ₁	0	0	1	1	x ₀	0	1	0	1	y	1	0	0	0
x ₁	0	0	1	1													
x ₀	0	1	0	1													
y	1	0	0	0													
Nierównoważność EXOR $y = x_1 \oplus x_0 = \bar{x}_1x_0 + x_1\bar{x}_0$		<table><tr><td>x₁</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>x₀</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	x ₁	0	0	1	1	x ₀	0	1	0	1	y	0	1	1	0
x ₁	0	0	1	1													
x ₀	0	1	0	1													
y	0	1	1	0													

Realizacja funkcji logicznych negacji, alternatywy i koniunkcji za pomocą elementów a) NOR, b) NAND

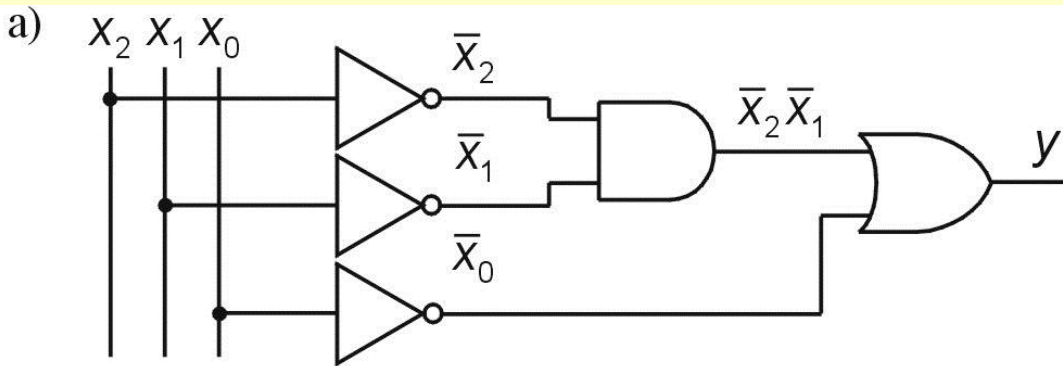
a)



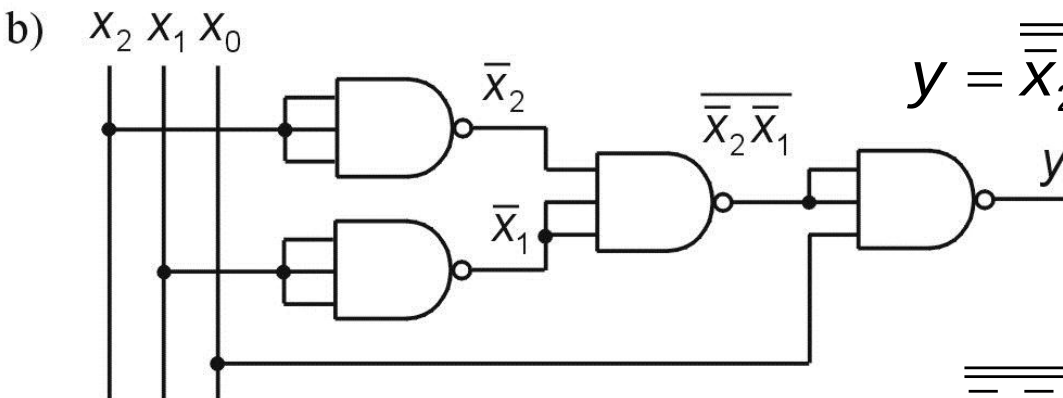
b)



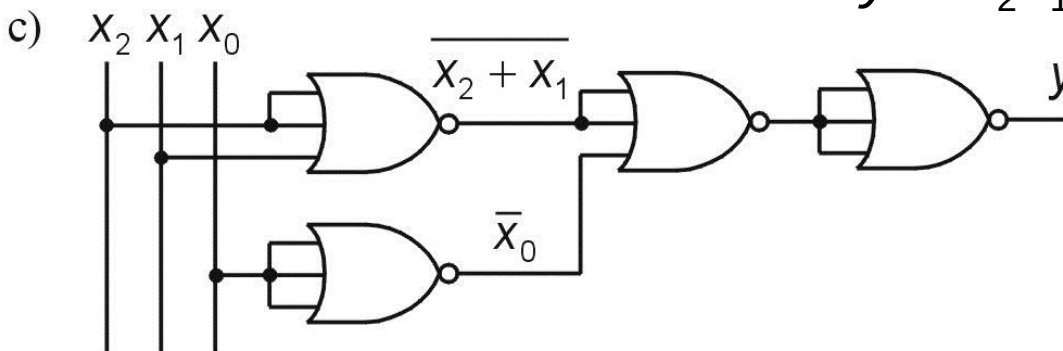
Realizacja funkcji logicznej za pomocą elementów NOT, OR, AND, NAND, NOR



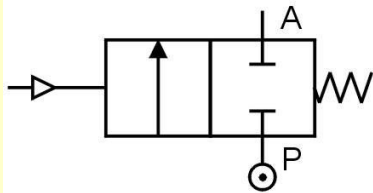
$$y = \bar{X}_2 \bar{X}_1 + \bar{X}_0$$



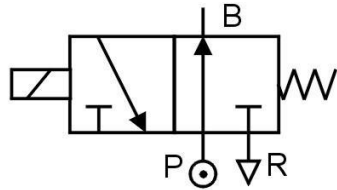
$$y = \overline{\overline{\overline{x_2 x_1} + x_0}} = \overline{\overline{\overline{x_2 x_1}} \cdot \overline{\overline{x_0}}} = \overline{\overline{x_2 x_1} \cdot x_0}$$



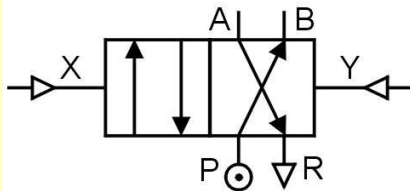
$$y = \overline{\overline{\overline{x_2 x_1}}} + \overline{\overline{x_0}} = \overline{\overline{\overline{x_2}}} + \overline{\overline{\overline{x_1}}} + \overline{\overline{\overline{x_0}}} = x_2 + x_1 + \overline{\overline{x_0}}$$



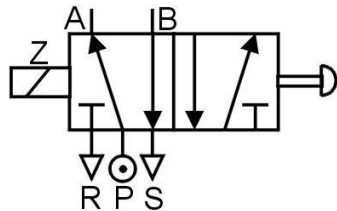
Zawór rozdzielający dwupołożeniowy (dwa pola) dwudrogowy normalnie zamknięty sterowany z jednej strony sprężyną z drugiej strony sygnałem ciśnieniowym (wzrost ciśnienia)



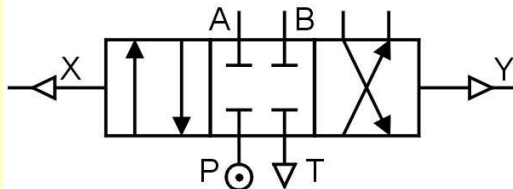
Zawór rozdzielający dwupołożeniowy trzydrogowy normalnie otwarty sterowany z jednej strony sprężyną z drugiej strony sygnałem elektrycznym



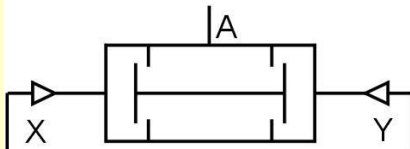
Zawór rozdzielający dwupołożeniowy czterodrogowy normalnie zamknięty sterowany obustronnie sygnałem ciśnieniowym (wzrost ciśnienia)



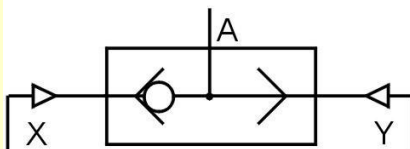
Zawór rozdzielający dwupołożeniowy pięciodrogowy sterowany z jednej strony przyciskiem z drugiej strony sygnałem elektrycznym



Zawór rozdzielający trzypołożeniowy czterodrogowy w położeniu środkowym zamknięty, obustronnie sterowany sygnałem ciśnieniowym (spadek ciśnienia)



Zawór podwójnego sygnału (koniunkcji $A = X \cdot Y$)



Zawór przełącznik biegu (alternatywy $A = X + Y$)

Hazard

Hazard jest to zjawisko polegające na tym, że układ zaprojektowany poprawnie z logicznego punktu widzenia działa niewłaściwie w wyniku niedoskonałości urządzeń.